BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2009**

Môn thi: TOÁN; Khối: A

ĐỀ CHÍNH THỨC *Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề.*

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm):

Câu I (2,0 điểm)

Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x+3}$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại gốc toạ độ O.

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $\dfrac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)}=\sqrt{3}$.
2. Giải phương trình $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0\ (x\in\mathbb{R})$.

Câu III (1,0 điểm)

Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos^3 x-1\right)\cos^2 x\,dx$.

Câu IV (1,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AB=AD=2a$, $CD=a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi I là trung điểm của cạnh AD. Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

Câu V (1,0 điểm)

Chứng minh rằng với mọi số thực dương x,y,z thoả mãn $x(x+y+z)=3yz$, ta có:

$$(x+y)^3+(x+z)^3+3(x+y)(x+z)(y+z)\le 5(y+z)^3.$$

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $I(6;2)$ là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Điểm $M(1;5)$ thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $\Delta: x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng AB.
2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định toạ độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Câu VII.a (1,0 điểm)

Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính giá trị của biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2+4x+4y+6=0$ và đường thẳng $\Delta: x+my-2m+3=0$, với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C). Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.
2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$, $\Delta_2: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Xác định toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng nhau.

Câu VII.b (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases}\log_2\left(x^2+y^2\right)=1+\log_2(xy)\\ 3^{x^2-xy+y^2}=81\end{cases}\quad (x,y\in\mathbb{R})$.

---------- **Hết** ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

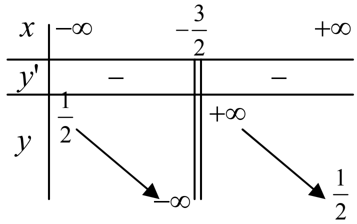
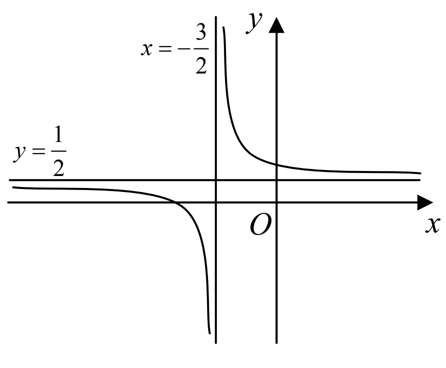
Họ và tên thí sinh:..; Số báo danh...............................

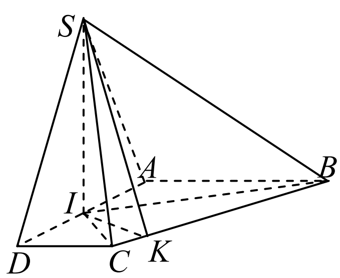
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

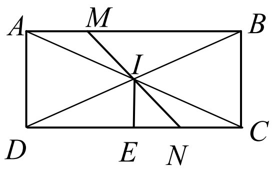
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2009
Môn: TOÁN; Khối A
(Đáp án - thang điểm gồm 04 trang)

ĐÁP ÁN − THANG ĐIỂM

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
I ***(2,0 điểm)***	1. **(1,0 điểm)** Khảo sát…	
	• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{-1}{(2x+3)^2} < 0, \forall x \in D.$ Hàm số nghịch biến trên: $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. - Cực trị: không có.	***0,25***
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = \frac{1}{2}$; tiệm cận ngang: $y = \frac{1}{2}$. $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^-} y = -\infty, \lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = -\frac{3}{2}$.	***0,25***
	- Bảng biến thiên:  	***0,25***
	• Đồ thị:  	***0,25***
	2. **(1,0 điểm)** Viết phương trình tiếp tuyến…	
	Tam giác OAB vuông cân tại O, suy ra hệ số góc tiếp tuyến bằng ± 1.	***0,25***
	Gọi toạ độ tiếp điểm là $(x_0; y_0)$, ta có: $\frac{-1}{(2x_0+3)^2} = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = -2$ hoặc $x_0 = -1$.	***0,25***
	• $x_0 = -1$, $y_0 = 1$; phương trình tiếp tuyến $y = -x$ (loại).	***0,25***
	• $x_0 = -2$, $y_0 = 0$; phương trình tiếp tuyến $y = -x - 2$ (thoả mãn). Vậy, tiếp tuyến cần tìm: $y = -x - 2$.	***0,25***

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
II ***(2,0 điểm)***	1. **(1,0 điểm)** Giải phương trình…	
	Điều kiện: $\sin x \neq 1$ và $\sin x \neq -\dfrac{1}{2}$ (*).	***0,25***
	Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương: $(1-2\sin x)\cos x = \sqrt{3}(1+2\sin x)(1-\sin x)$ $\Leftrightarrow\ \cos x - \sqrt{3}\sin x = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x\ \Leftrightarrow\ \cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$	***0,25***
	$\Leftrightarrow\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ hoặc $x = -\dfrac{\pi}{18} + k\dfrac{2\pi}{3}$.	***0,25***
	Kết hợp (*), ta được nghiệm: $x = -\dfrac{\pi}{18} + k\dfrac{2\pi}{3}\ \ (k \in \mathbb{Z})$.	***0,25***
	2. **(1,0 điểm)** Giải phương trình…	
	Đặt $u = \sqrt[3]{3x-2}$ và $v = \sqrt{6-5x}, v \geq 0$ (*). Ta có hệ: $\begin{cases} 2u+3v=8 \\ 5u^3+3v^2=8 \end{cases}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow \begin{cases} v = \dfrac{8-2u}{3} \\ 15u^3+4u^2-32u+40=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = \dfrac{8-2u}{3} \\ (u+2)(15u^2-26u+20)=0 \end{cases}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow\ u=-2$ và $v=4$ (thoả mãn).	***0,25***
	Thế vào (*), ta được nghiệm: $x=-2$.	***0,25***
III ***(1,0 điểm)***	Tính tích phân…	
	$I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\, dx.$	***0,25***
	Đặt $t = \sin x, dt = \cos x dx;\ x=0, t=0; x=\dfrac{\pi}{2}, t=1.$ $I_1 = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1-\sin^2 x\right)^2 \cos x dx = \int_0^1 \left(1-t^2\right)^2 dt = \left.\left(t - \dfrac{2}{3}t^3 + \dfrac{1}{5}t^5\right)\right\|_0^1 = \dfrac{8}{15}.$	***0,50***
	$I_2 = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\, dx = \dfrac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1+\cos 2x\right) dx = \left.\dfrac{1}{2}\left(x + \dfrac{1}{2}\sin 2x\right)\right\|_0^{\frac{\pi}{2}} = \dfrac{\pi}{4}.$ Vậy $I = I_1 - I_2 = \dfrac{8}{15} - \dfrac{\pi}{4}.$	***0,25***
IV ***(1,0 điểm)***	Tính thể tích khối chóp...	
	 $(SIB) \perp (ABCD)$ và $(SIC) \perp (ABCD)$; suy ra $SI \perp (ABCD)$. Kẻ $IK \perp BC\ \ (K \in BC)\ \Rightarrow\ BC \perp (SIK)\ \Rightarrow\ \widehat{SKI} = 60^\circ$.	***0,50***
	Diện tích hình thang $ABCD$: $S_{ABCD} = 3a^2$. Tổng diện tích các tam giác ABI và CDI bằng $\dfrac{3a^2}{2}$; suy ra $S_{\Delta IBC} = \dfrac{3a^2}{2}$.	***0,25***
	$BC = \sqrt{\left(AB-CD\right)^2 + AD^2} = a\sqrt{5}\ \Rightarrow\ IK = \dfrac{2S_{\Delta IBC}}{BC} = \dfrac{3\sqrt{5}a}{5}\ \Rightarrow\ SI = IK.\tan\widehat{SKI} = \dfrac{3\sqrt{15}a}{5}.$ Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SI = \dfrac{3\sqrt{15}a^3}{5}.$	***0,25***

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
V ***(1,0 điểm)***	Chứng minh bất đẳng thức…	
	Đặt $a = x + y, b = x + z$ và $c = y + z.$ Điều kiện $x(x + y + z) = 3yz$ trở thành: $c^2 = a^2 + b^2 - ab.$ Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương: $a^3 + b^3 + 3abc \le 5c^3$; a, b, c dương thoả mãn điều kiện trên.	***0,25***
	$c^2 = a^2 + b^2 - ab = (a+b)^2 - 3ab \ge (a+b)^2 - \frac{3}{4}(a+b)^2 = \frac{1}{4}(a+b)^2 \Rightarrow a + b \le 2c$ (1).	***0,25***
	$a^3 + b^3 + 3abc \le 5c^3 \Leftrightarrow (a+b)(a^2 + b^2 - ab) + 3abc \le 5c^3$ $\Leftrightarrow (a+b)c^2 + 3abc \le 5c^3$ $\Leftrightarrow (a+b)c + 3ab \le 5c^2.$	***0,25***
	(1) cho ta: $(a+b)c \le 2c^2$ và $3ab \le \frac{3}{4}(a+b)^2 \le 3c^2$; từ đây suy ra điều phải chứng minh. Dấu bằng xảy ra khi: $a = b = c \Leftrightarrow x = y = z.$	***0,25***
VI.a ***(2,0 điểm)***	1. **(1,0 điểm)** Viết phương trình AB...	
	Gọi N đối xứng với M qua I, suy ra $N(11;-1)$ và N thuộc đường thẳng $CD.$	***0,25***
	 $E \in \Delta \Rightarrow E(x; 5-x)$; $\overrightarrow{IE} = (x-6; 3-x)$ và $\overrightarrow{NE} = (x-11; 6-x).$ E là trung điểm $CD \Rightarrow IE \perp EN.$ $\overrightarrow{IE}.\overrightarrow{EN} = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x-11) + (3-x)(6-x) = 0 \Leftrightarrow x = 6$ hoặc $x = 7.$	***0,25***
	• $x = 6 \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (0;-3)$; phương trình $AB: y - 5 = 0.$	***0,25***
	• $x = 7 \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (1;-4)$; phương trình $AB: x - 4y + 19 = 0.$	***0,25***
	2. **(1,0 điểm)** Chứng minh (P) cắt (S), xác định toạ độ tâm và tính bán kính…	
	(S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 5.$ Khoảng cách từ I đến (P): $d(I,(P)) = \frac{\lvert 2-4-3-4 \rvert}{3} = 3 < R$; suy ra đpcm.	***0,25***
	Gọi H và r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến, H là hình chiếu vuông góc của I trên (P): $IH = d(I,(P)) = 3$, $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = 4.$	***0,25***
	Toạ độ $H = (x; y; z)$ thoả mãn: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \\ 2x - 2y - z - 4 = 0. \end{cases}$	***0,25***
	Giải hệ, ta được $H(3;\ 0;\ 2).$	***0,25***
VII.a ***(1,0 điểm)***	Tính giá trị của biểu thức…	
	$\Delta = -36 = 36i^2$, $z_1 = -1 + 3i$ và $z_2 = -1 - 3i.$	***0,25***
	$\lvert z_1 \rvert = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ và $\lvert z_2 \rvert = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}.$	***0,50***

Câu	Đáp án	Điểm
	$A = \|z_1\|^2 + \|z_2\|^2 = 20.$	**0,25**
VI.b *(2,0 điểm)*	1. **(1,0 điểm)** Tìm m...	
	(C) có tâm $I(-2;-2)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.	**0,25**
	Diện tích tam giác IAB: $S = \frac{1}{2} IA.IB.\sin\widehat{AIB} \le \frac{1}{2}R^2 = 1$; S lớn nhất khi và chỉ khi $IA \perp IB$.	**0,25**
	Khi đó, khoảng cách từ I đến Δ: $d(I,\Delta) = \frac{R}{\sqrt{2}} = 1 \Leftrightarrow \frac{\|-2-2m-2m+3\|}{\sqrt{1+m^2}} = 1$	**0,25**
	$\Leftrightarrow (1-4m)^2 = 1+m^2 \Leftrightarrow m=0$ hoặc $m=\frac{8}{15}$.	**0,25**
	2. **(1,0 điểm)** Xác định toạ độ điểm M...	
	Δ_2 qua $A(1;3;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-2)$. $M \in \Delta_1 \Rightarrow M(-1+t;t;-9+6t)$. $\overrightarrow{MA}=(2-t;3-t;8-6t)$, $\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]=(8t-14;20-14t;t-4) \Rightarrow \left\|\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]\right\| = 3\sqrt{29t^2-88t+68}.$	**0,25**
	Khoảng cách từ M đến Δ_2: $d(M,\Delta_2) = \frac{\left\|\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]\right\|}{\|\vec{u}\|} = \sqrt{29t^2-88t+68}.$ Khoảng cách từ M đến (P): $d\left(M,(P)\right) = \frac{\|-1+t-2t+12t-18-1\|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = \frac{\|11t-20\|}{3}.$	**0,25**
	$\sqrt{29t^2-88t+68} = \frac{\|11t-20\|}{3} \Leftrightarrow 35t^2-88t+53=0 \Leftrightarrow t=1$ hoặc $t=\frac{53}{35}$.	**0,25**
	$t=1 \Rightarrow M(0;1;-3)$; $t=\frac{53}{35} \Rightarrow M\left(\frac{18}{35};\frac{53}{35};\frac{3}{35}\right)$.	**0,25**
VII.b *(1,0 điểm)*	Giải hệ phương trình…	
	Với điều kiện $xy>0$ (*), hệ đã cho tương đương: $\begin{cases} x^2+y^2=2xy \\ x^2-xy+y^2=4 \end{cases}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ y=\pm 2. \end{cases}$	**0,50**
	Kết hợp (*), hệ có nghiệm: $(x;y)=(2;2)$ và $(x;y)=(-2;-2)$.	**0,25**

-------------Hết-------------